

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA KÌ II- TOÁN 12
NĂM HỌC: 2021-2022**

A. LÝ THUYẾT

1. Nguyên hàm, tích phân:

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp

$\int x^\alpha .dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \sin x .dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) .dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \cos x .dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) .dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} .dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} .dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} .dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} .dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int e^x .dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} .dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x .dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$

☛ **Nhân xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Tích phân đổi biến: $\int_a^b [f(x)] \cdot u'(x) .dx = F[u(x)] \Big|_a^b = F[u(b)] - F[u(a)] .$

Các bước tính tích phân đổi biến số

☐ **Bước 1.** Biến đổi để chọn phép đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) .dx$ (quan trọng)

☐ **Bước 2.** Đổi cận: $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = u(b) \\ t = u(a) \end{cases}$ (nhớ: **đổi biến phải đổi cận**)

☐ **Bước 3.** Đưa về dạng $I = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) .dt$ đơn giản hơn và dễ tính toán.

Một số phương pháp đổi biến số thường gặp

Đổi biến dạng 1. $I = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} .dx = \underbrace{\int_a^b h(x) .dx}_{I_1} + \underbrace{\int_a^b f(g(x)) \cdot \frac{g'(x)}{g(x)} .dx}_{I_2}$ với

Đổi biến dạng 2.

Nghĩa là nếu gặp tích phân **chứa căn thức** thì có khoảng 80% sẽ đặt $t =$ căn trừ một số trường hợp ngoại lệ sau:

1/ $I_1 = \int f(\sqrt{a^2 - x^2}) \cdot x^{\text{chẵn}} .dx \longrightarrow$ đặt $x = a \cdot \sin t$ hoặc $x = a \cdot \cos t$.

(xuất phát từ công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \\ \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \end{cases}$)

2/ $I_2 = \int f(\sqrt{x^2 + a^2}) \cdot x^{\text{chẵn}} \cdot dx \longrightarrow$ đặt $x = a \cdot \tan t$ hoặc $x = a \cdot \cot t$.

(mẫu chốt xuất phát từ công thức $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$)

Tích phân từng phần: u, v có đạo hàm liên tục trên $(a; b)$ thì $I = \int_a^b u \cdot dv = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot du$.

Chọn $\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Vi phân}} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots\dots dx \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} v = \dots\dots\dots \end{cases}$

Nhận dạng: **tích hai hàm khác loại nhân nhau** (ví dụ: mũ nhân lượng giác, ...)

Thứ tự ưu tiên chọn u là: "**log - đa - lượng - mũ**" và dv là phần còn lại.

Nghĩa là nếu có \ln hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln$ hay $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\ln; \log$ thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại, ...

CHÚ Ý: \int_a^b (hàm mũ) \cdot (lượng giác) $\cdot dx \longrightarrow$ tích phân từng phần luân hồi.

Nghĩa là sau khi đặt u, dv để tính tích phân từng phần và tiếp tục tính $\int u \cdot dv$ sẽ xuất hiện lại tích phân ban đầu. Giả sử tích phân được tính ban đầu là I và nếu lặp lại, ta sẽ không giải tiếp mà xem đây là phương trình bậc nhất ẩn là I giải $\Rightarrow I$.

2. Tọa độ điểm, tọa độ vecto, mặt cầu:

	<p>Hệ trục tọa độ Oxyz:</p> <p>Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau.</p> <p>Trục Ox: trục hoành, có vector đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$.</p> <p>Trục Oy: trục tung, có vector đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$.</p> <p>Trục Oz: trục cao, có vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$.</p> <p>Điểm $O(0; 0; 0)$ là gốc tọa độ.</p>	
	<p>Tọa độ vecto: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.</p> <p>$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:</p>	
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$	<p>\vec{a} cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in \mathbb{R})$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$.</p>	
$k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$		
$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$		
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	$\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$	$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	
<p>Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:</p>		

$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.	Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.
QUY TẮC CHIỀU ĐẶC BIỆT	
Chiều điểm trên trục tọa độ	Chiều điểm trên mặt phẳng tọa độ
Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Ox}} M_1(x_M; 0; 0)$	Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Oxy}} M_1(x_M; y_M; 0)$
Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Oy}} M_2(0; y_M; 0)$	Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Oyz}} M_2(0; y_M; z_M)$
Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Oz}} M_3(0; 0; z_M)$	Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Chiều vào Oxz}} M_3(x_M; 0; z_M)$
ĐỐI XỨNG ĐIỂM QUA TRỤC TỌA ĐỘ	ĐỐI XỨNG ĐIỂM QUA MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Ox}} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Oxy}} M_1(x_M; y_M; -z_M)$
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Oy}} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Oxz}} M_2(x_M; -y_M; z_M)$
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Oz}} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{\text{Đoixung qua Oyz}} M_3(-x_M; y_M; z_M)$
4. Tích có hướng của hai vectơ:	
<p>☞ Định nghĩa: Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} là:</p> $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$	
☞ Tính chất:	$[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ $ [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$
Điều kiện cùng phương của hai vectơ \vec{a} & \vec{b} là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.	Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} là $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{\square ABCD} = [\vec{AB}, \vec{AD}] $.	Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{AC}] $.
Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'} $.	Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} $.

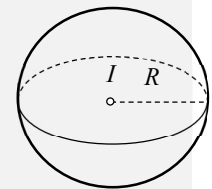
3. Mặt cầu

• Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và có bán kính R có phương trình (S): $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

• Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

là phương trình của mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

• Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện:
Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau và $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.



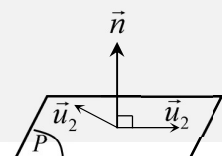
4. PT mặt phẳng

• Vectơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (P) là vectơ có giá vuông góc với (P). Nếu \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của (P) thì $k \cdot \vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (P).

• Nếu mặt phẳng (P) có cặp vectơ chỉ phương là \vec{u}_1, \vec{u}_2 thì (P)

có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.

• Mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.



□ Mặt phẳng (P) $\left\{ \begin{array}{l} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (a; b; c) \end{array} \right.$ thì phương trình (P): $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

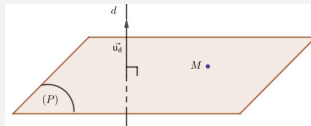
(*)

Ngược lại, một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$, mặt phẳng này có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

□ Các mặt phẳng cơ bản

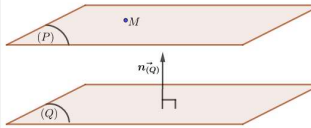
$$\begin{array}{l} mp(Oyz) : x = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oyz)} = (1; 0; 0) \\ mp(Oxz) : y = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxz)} = (0; 1; 0) \\ mp(Oxy) : z = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1) \end{array}$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng AB cho trước.



Mặt phẳng (P) qua M, có VTPT $\vec{n}_{(P)} = \vec{AB}$ nên phương trình được viết theo (*).

2. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và song song với mặt phẳng (Q) cho trước.



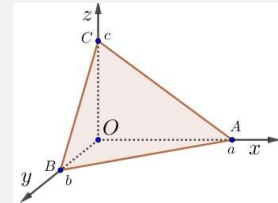
Mặt phẳng (P) qua M, có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)}$ nên phương trình được viết theo (*).

3. Viết phương trình mặt phẳng cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại

$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng được viết theo đoạn chắn

$$(P) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$



• Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ được xác định bởi

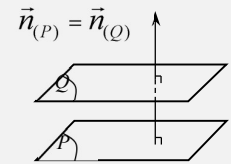
$$\text{công thức: } d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Các dạng lập ptmp:

Dạng 1. Mặt (P): $\left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{array} \right. \Rightarrow (P) : a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$

Dạng 2. Viết phương trình (P) qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và $(P) \parallel (Q) : ax + by + cz + d = 0$.

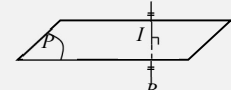
Phương pháp. (P): $\left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a; b; c) \end{array} \right.$



Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

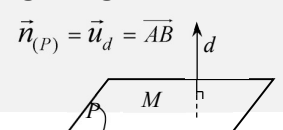
Phương pháp. (P): $\left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{AB} \end{array} \right.$

: là trung điểm AB.



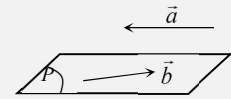
Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv \vec{AB}$.

Phương pháp. (P): $\left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \vec{AB} \end{array} \right.$



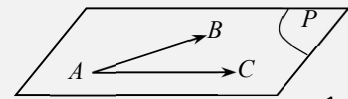
Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp vectơ chỉ phương \vec{a}, \vec{b} .

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases}$



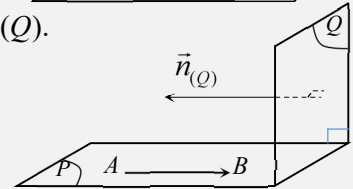
Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \text{Qua } A, \text{ (hay } B \text{ hay } C) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}] \end{cases}$



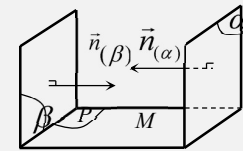
Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và (P) \perp (Q).

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \text{Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$



Dạng 8. Viết pt(P) qua M và vuông góc với hai mặt $(\alpha), (\beta)$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases}$



Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

(Q): $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (T): $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.

Phương pháp: Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

(P): $m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, m^2 + n^2 \neq 0$.

Vì $M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n. Từ đó chọn m \Rightarrow n sẽ tìm được (P).

Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0),$

$B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $(abc \neq 0)$ thì (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

B. THỰC HÀNH

I. Mức nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp:

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

C. $F(x) = f(x), \forall x \in K$.

D. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = f(x) + C$. **B.** $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

C. $\int f(x) dx = f(x)$. **D.** $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

Câu 3: Cho hàm số $f(t)$ xác định trên K và $F(t)$ là một nguyên hàm của $f(t)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(u) = F(u)$. **B.** $F'(t) = f(t), \forall t \in K$.

C. $F(u) = f(u)$. **D.** $F'(u) = f(u)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp 2 trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = f(x) + C$. **B.** $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

C. $\int f(x) dx = f(x) + C$ **D.** $\int f(x) dx = f'(x) + C$.

Câu 5: Chọn khẳng định sai?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$ **B.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ **D.** $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 6: Chọn khẳng định sai?

A. $\int \ln u dx = \frac{1}{u} + C$ **B.** $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C$.

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ **D.** $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 7: Chọn khẳng định đúng?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{x^2} + C$ **B.** $\int \ln|x| dx = \frac{1}{x} + C$ **C.** $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x$ **D.** $\int dx = x + C$.

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ **B.** $x^4 + x^2 + C$ **C.** $x^5 + x^3 + C$ **D.** $4x^3 + 2x + C$

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int (2x + 1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$ **B.** $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.

C. $\int (2x + 1) dx = 2x^2 + 1 + C$ **D.** $\int (2x + 1) dx = x^2 + C$.

Câu 10: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $x^2 + C$ **B.** $2x^2 + C$ **C.** $2x^2 + 4x + C$ **D.** $x^2 + 4x + C$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A. $x^2 + C$ **B.** $x^2 + 6x + C$ **C.** $2x^2 + C$ **D.** $2x^2 + 6x + C$.

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = -2x + 1$.

A. $x^2 + x + c$ **B.** $-x^2 + x + c$ **C.** $2x^2 + c$ **D.** $-2x^2 + 6x + C$

Câu 13: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + c$ **B.** $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + c$

C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + c$ **D.** $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + c$

Câu 14: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$

A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ **B.** $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

B. $3x^2 + 1 + C$

C. $x^3 + x + C$

D. $x^4 + x^2 + C$

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

Câu 17: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

B. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

C. $f(x) = e^{2x}$

D. $f(x) = 2xe^{x^2}$

Câu 18: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

Câu 19: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$

B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 20: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $3x^2 + 2x + C$

C. $x^3 + x^2 + C$

D. $x^4 + x^3 + C$

Câu 21: Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

A. $y = \frac{x^4}{4} - 2^{2018}$

B. $y = \frac{x^4}{4} - 2018$

C. $y = 3x^2$

D. $y = \frac{1}{4}x^4 + 2018$

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + 1 + C$

B. $e^x + x^2 + C$

C. $e^x + \frac{x^2}{2} + C$

D. $\frac{1}{e}e^x + \frac{x^2}{2} + C$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$

A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Câu 24: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- Câu 33:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + \frac{1}{x}$ là
- A. $x^3 + 2x^2$ B. $x^3 + 2x^2 + C$ C. $x^3 + 2x + \ln x$ D. $x^3 + 2x^2 + \ln x + C$
- Câu 34:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2e^x + 3x^2 - 1$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $f(x) = 2e^x + x^3 - x - 1$ B. $f(x) = \frac{e^x}{2} + x^3 - x - 1$
- C. $f(x) = 2e^x + x^3 - x - 2$ D. $f(x) = \frac{e^x}{2} + x^3 - x$
- Câu 35:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.
- A. $\int (2x + 1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$ B. $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.
- C. $\int (2x + 1) dx = 2x^2 + 1 + C$. D. $\int (2x + 1) dx = x^2 + C$.
- Câu 36:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2} + 2^x$ là
- A. $\frac{x^4}{4} - 3 \ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + 2^x + C$
- C. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$
- Câu 37:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$.
- A. $\frac{5^x}{\ln 5} + x + c$ B. $5^x + x + c$ C. $5^x \ln x + x + c$ D. $5^x + x + c$
- Câu 38:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$.
- A. $e^x + x^2 + C$ B. $e^x + x^2$ C. $e^x - x^2 + C$ D. $\ln x + x^2 + C$
- Câu 39:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x 2^x + 1$.
- A. $10^x + x + C$ B. $\frac{10^x}{\ln 10} + x + C$ C. $\frac{2^x}{\ln 5 \cdot \ln 2} + x + C$ D. $\frac{5^x}{\ln 5 \cdot \ln 2} + x + C$
- Câu 40:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2^x}{3^x} + 1$.
- A. $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln 2 - \ln 3} + x + C$ B. $\frac{2^x}{\ln 3} + x + C$ C. $\frac{3^x}{2^x \ln 3} + x + C$ D. $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln 2 + \ln 3} + x + C$
- Câu 41:** Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$ B. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$
- C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$ D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$
- Câu 42:** Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì
- A. $\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) dx$

B. $\int u(x).v'(x) dx = u(x).v'(x) - \int u'(x).v(x) dx$

C. $\int u(x).v'(x) dx = u'(x).v(x) - \int u'(x).v(x) dx$

D. $\int u(x).d[v(x)] = u(x).v(x) - \int v(x).d[u(x)]$

Câu 43: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-x) \cos x$

A. $\int f(x) dx = (1-x) \sin x - \cos x$

B. $\int f(x) dx = (1-x) \sin x + \cos x$

C. $\int f(x) dx = (1-x) \cos x - \sin x + C$

D. $\int f(x) dx = (1-x) \cos x + \sin x + C$

Câu 44: Nguyên hàm $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx (x > 0)$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + C$

B. $x + \ln^2 x + C$

C. $\ln^2 x + \ln x + C$

D. $x + \frac{1}{2} \ln^2 x + C$

Câu 45: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

A. $\int f(x) dx = (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = \sqrt[3]{} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1) + C.$

Câu 46: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$

B. $\frac{1}{3} (3x+2) \sqrt{2} + C$

C. $\frac{2}{9} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$

D. $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$

Câu 47: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ là

A. $-\frac{1}{3} (2x+1) \sqrt{2x+1} + C.$

B. $\frac{3}{2} (2x+1) \sqrt{2x+1} + C.$

C. $\frac{1}{2} (2x+1) \sqrt{2x+1} + C.$

D. $\frac{1}{3} (2x+1) \sqrt{2x+1} + C.$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(x) > 0 \forall x \in [a; b]$ Diện tích hình phẳng s giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định bằng công thức nào?

A. $s = -\int_a^b f(x) dx$

B. $s = \int_b^a f(x) dx$

C. $s = \int_a^b f(x) dx$

D. $s = \int_a^b f(-x) dx$

Câu 49: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

A. $\int_0^1 f(x) dx.$

B. $\int_0^1 -F(x) dx$

C. $\int_0^1 -F(x) dx.$

D. $\int_0^1 -f(x) dx.$

- Câu 50:** Cho $f(x)$ có đạo hàm $[-3;5]$ thỏa $f(-3)=1, f(5)=9$, khi đó $\int_{-3}^5 4f'(x)dx$ bằng
A. 40. **B.** 32. **C.** 36. **D.** 44.
- Câu 51:** Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f(0)=1$, khi đó $\int_0^x f'(t)dt$ bằng
A. $f(x)+1$. **B.** $f(x+1)$. **C.** $f(x)$. **D.** $f(x)-1$
- Câu 52:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $[2; 4]$ thỏa mãn $f'(2)=1$ và $f'(4)=5$. Khi đó $\int_2^4 f''(x)dx$ bằng
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 53:** Cho $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; 3]$ thỏa $f(1)=1, f(3)=m$ và $\int_1^3 f'(x)dx=5$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $m \in (-\infty; -3)$. **B.** $m \in [-3; 3)$. **C.** $m \in [3; 10)$. **D.** $m \in [10; +\infty)$.
- Câu 54:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1)=8; f(2)=-1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng
A. 1. **B.** 7. **C.** -9. **D.** 9.
- Câu 55:** Nếu $F'(x)=\frac{1}{2x-1}$ và $F(1)=1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng
A. $\ln 7$. **B.** $1+\frac{1}{2}\ln 7$. **C.** $\ln 3$. **D.** $1+\ln 7$.
- Câu 56:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int_a^a f(x)dx=0$. **B.** $\int_a^a f(x)dx=a^2$ **C.** $\int_a^a f(x)dx=2a$ **D.** $\int_a^a f(x)dx=1$.
- Câu 57:** Biết $\int_1^2 f(x)dx=2$ và $\int_1^2 g(x)dx=6$, khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]dx$ bằng
A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -8.
- Câu 58:** Biết tích phân $\int_0^1 f(x)dx=3$ và $\int_0^1 g(x)dx=-4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng
A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.
- Câu 59:** Biết $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^1 g(x)dx=-4$, khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng
A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.
- Câu 60:** Tính tích phân $I=\int_1^{2^{2018}} \frac{dx}{x}$
A. $I=2018 \cdot \ln 2-1$. **B.** $I=2^{2018}$ **C.** $I=2018 \cdot \ln 2$. **D.** $I=2018$.

Câu 61: Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

A. $b^3 - b^2a - b$. B. $b^3 + b^2a + b$. C. $b^3 - ba^2 - b$. D. $3b^2 - 2ab - 1$.

Câu 62: Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của $a - b$ là

A. $-\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 63: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Cho các số thực a, b và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. 2. $\int_a^b 2f(x) dx = 2\int_a^b f(x) dx$.

3. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$ 4. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 64: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

A. 2. B. -2. C. 18. D. -18.

Câu 65: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 66: Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng

A. -140. B. -130. C. -120. D. -133.

Câu 67: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Câu 68: Biết $\int_1^8 f(x) dx = -2$; $\int_1^4 f(x) dx = 3$; $\int_1^4 g(x) dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_4^8 f(x) dx = 1$. B. $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10$

C. $\int_4^8 f(x) dx = -5$. D. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2$.

Câu 69: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$, $\int_4^8 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_1^{12} f(x) dx$.

- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 70: Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, $\int_3^4 f(x) dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 4. B. 7. C. 3. D. 6.

Câu 71: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$; $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. D. $I = 13$.

Câu 72: Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên R , a là số thực thỏa mãn $0 < a < \pi$ và

$\int_0^a f(x) dx = \int_a^\pi f(x) dx = 1$. Tích phân $\int_0^\pi f(x) dx$ bằng

A. 0 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 73: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 74: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tích phân $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx$ bằng

A. 1. B. 0. C. 3. D. -1.

Câu 75: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng

A. 12. B. 0. C. 8. D. 10.

Câu 76: Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$ với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

A. 10. B. 6. C. $\frac{22}{3}$. D. 8.

Câu 77: Tính $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx$.

A. $K = \ln 2$. B. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$ C. $K = 2 \ln 2$. D. $K = \ln \frac{8}{3}$.

Câu 78: Tính tích phân $I = \int_0^\pi \cos^3 x \cdot \sin x dx$

A. $I = -\frac{1}{4}$ B. $I = -\frac{1}{4} \pi^4$ C. $I = -\pi^4$ D. $I = 0$

Câu 79: Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

- Câu 80:** Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $2a + b = 0$. **B.** $a - 2b = 0$. **C.** $2a - b = 0$. **D.** $a + 2b = 0$.
- Câu 81:** Xét tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} x \cdot e^{x^2} dx$. Sử dụng phương pháp đổi biến số với $u = x^2$, tích phân I được biến đổi thành dạng nào sau đây?
A. $I = 2 \int_1^2 e^u du$ **B.** $I = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$ **C.** $I = \frac{1}{2} \int_1^2 e^u du$ **D.** $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} e^u du$.
- Câu 82:** Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ **B.** $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$ **C.** $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ **D.** $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$
- Câu 83:** Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ nếu đổi biến số $x = 2 \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì ta được.
A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$. **B.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$. **D.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$
- Câu 84:** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?
A. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$ **B.** $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$. **C.** $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$ **D.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$
- Câu 85:** Biết $\int_0^1 x \cdot f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(\cos x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.
- Câu 86:** Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.
- Câu 87:** Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -1.
- Câu 88:** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cos 3x dx$.
A. $I = 5$. **B.** $I = 9$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 2$.
- Câu 89:** Cho $\int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b, (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính $a + b$.
A. $\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

- Câu 90:** Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + b.e$, tích ab bằng
A. -15. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 20.
- Câu 91:** Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.
A. $P = 6$. **B.** $P = 5$. **C.** $P = -6$. **D.** $P = 4$.
- Câu 92:** Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng?
A. $I = -(x-1) \cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. **B.** $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$
C. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ **D.** $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$
- Câu 93:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
A. $M(3; 0; 0)$ **B.** $N(0; -1; 1)$ **C.** $P(0; -1; 0)$ **D.** $Q(0; 0; 1)$
- Câu 94:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(2; 0; 1)$. **B.** $(2; -2; 0)$. **C.** $(0; -2; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$
- Câu 95:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là
A. $(1; 2; 3)$. **B.** $(-1; -2; 3)$. **C.** $(3; 5; 1)$. **D.** $(3; 4; 1)$.
- Câu 96:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là
A. $(3; 3; -1)$. **B.** $(-1; -1; -3)$. **C.** $(3; 1; 1)$. **D.** $(1; 1; 3)$.
- Câu 97:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(1; 3; 2)$ **B.** $(2; 6; 4)$ **C.** $(2; -1; 5)$ **D.** $(4; -2; 10)$
- Câu 98:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
A. $I(-2; 2; 1)$. **B.** $I(1; 0; 4)$. **C.** $I(2; 0; 8)$. **D.** $I(2; -2; -1)$.
- Câu 99:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
A. $OA = 3$ **B.** $OA = 9$ **C.** $OA = \sqrt{5}$ **D.** $OA = 5$
- Câu 100:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 2; -1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
A. $OA = 3$. **B.** $OA = 1$. **C.** $OA = \sqrt{5}$. **D.** $OA = 5$.
- Câu 101:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; 2; -3)$. **B.** $D(-2; 4; -5)$. **C.** $D(4; 2; 9)$. **D.** $D(-4; -2; 9)$.

- Câu 102:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1;1;-2)$, $B(-2;-1;4)$, $C(3;-2;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh D ?
A. $D(6;0;-11)$ **B.** $D(-6;1;11)$ **C.** $D(5;-2;-1)$ **D.** $D(-3;6;1)$
- Câu 103:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(-1;3;-4)$, $B(2;-1;0)$ và $G(2;5;-3)$ là trọng tâm của tam giác. Tìm tọa độ đỉnh C ?
A. $C(5;13;-5)$ **B.** $C(4;-9;5)$ **C.** $C(7;12;-5)$ **D.** $C(3;8;-13)$
- Câu 104:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;2;1)$, $B(2;1;-1)$ và $G(-1;2;3)$ là trọng tâm của tam giác. Tọa độ của điểm C là
A. $(-5;-3;9)$ **B.** $(-7;-3;9)$ **C.** $(-7;3;9)$ **D.** $(-7;3;6)$
- Câu 105:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(s): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (s) có tọa độ là
A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.
- Câu 106:** Trong không gian o , cho mặt cầu $(s): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(3;1;-1)$ **B.** $(3;-1;1)$ **C.** $(-3;-1;1)$ **D.** $(-3;1;-1)$
- Câu 107:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(s): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$. Tính bán kính R của (s) .
A. $R = 8$ **B.** $R = 4$ **C.** $R = 2\sqrt{2}$ **D.** $R = 64$
- Câu 108:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(s): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Tính bán kính R của (s) .
A. $R = 3$ **B.** $R = 18$ **C.** $R = 9$ **D.** $R = 6$
- Câu 109:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (s) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (s) là
A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. **B.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.
C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$
- Câu 110:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là
A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.
- Câu 111:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $P(-2;5;1)$ và đi qua điểm $Q(-3;3;-1)$ có phương trình là
A. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+1)^2 = 3$.
C. $(x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-1)^2 = 3$. **D.** $(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+1)^2 = 9$.
- Câu 112:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(4;-2;1)$ và đi qua điểm $A(-1;1;-2)$ là
A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 43$ **B.** $(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 43$

C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 43$ D. $(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{43}$

Câu 113: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 114: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$ B. $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$ D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$

Câu 115: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.

Câu 116: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$ B. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$

Câu 117: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; -1; 0), P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

Câu 118: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 119: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y = 0$ B. $x = 0$ C. $y - z = 0$ D. $z = 0$

Câu 120: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $x + z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Câu 121: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x + y + 3z - 9 = 0$ B. $2x - y + 3z + 11 = 0$ C. $2x - y - 3z + 11 = 0$ D. $2x - y + 3z - 11 = 0$

Câu 122: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng

$(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x - y + 2z - 6 = 0$ B. $3x - y + 2z + 6 = 0$ C. $3x - y - 2z + 6 = 0$ D. $3x + y + 2z - 14 = 0$

Câu 123: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 4x - 2y + 3z - 5 = 0$ là

A. $4x - 2y + 3z + 11 = 0$ B. $4x - 2y - 3z - 11 = 0$
C. $-4x + 2y - 3z + 11 = 0$ D. $4x + 2y + 3z + 11 = 0$

Câu 124: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -3; -1)$ và song song $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$ là

A. $2x - y + z - 4 = 0$ B. $2x - y + z - 10 = 0$ C. $2x - y + z + 8 = 0$ D. $2x - y + z + 3 = 0$

- Câu 125:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .
A. $x + y + 2z - 3 = 0$ **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$ **C.** $x + 3y + 4z - 7 = 0$ **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$
- Câu 126:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua $M(-1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
A. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ **B.** $x + 2y - 2z - 1 = 0$ **C.** $3x + 2z - 1 = 0$ **D.** $3x + 2z + 1 = 0$
- Câu 127:** Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
A. $2x - 3y - z + 8 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 13 = 0$ **C.** $2x - 3y - z - 20 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 25 = 0$
- Câu 128:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là
A. $3x - y - z - 6 = 0$ **B.** $3x - y - z + 6 = 0$ **C.** $x + 3y + z - 5 = 0$ **D.** $x + 3y + z - 6 = 0$
- Câu 129:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)
A. $d = \frac{5}{9}$ **B.** $d = \frac{5}{29}$ **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ **D.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- Câu 130:** Tính khoảng cách từ điểm $A(-1;2;-4)$ đến mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 5 = 0$?
A. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- Câu 131:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng
A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.
- Câu 132:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 6 = 0$ bằng
A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

II. Mức vận dụng cao

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tích phân $\int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx$ bằng
A. 15. **B.** 27. **C.** 75. **D.** 21.
- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^{10} f(x) dx = 1$. Tính $P = \int_0^1 f(2x) dx$.
A. $P = 6$. **B.** $P = -6$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 12$.
- Câu 3.** Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Khi đó $J = \int_0^2 x [f(x^2 + 1) + 1] dx$ bằng

- A. 15. B. 13. C. 54. D. 52.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$.
 Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng
 A. $I = 8$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 10$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình mặt cầu?
 A. 7. B. 8. C. 9. D. 6.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập hợp các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là
 A. $\{1; 10\}$. B. $\{2; -10\}$. C. $\{-1; 11\}$. D. $\{1; -11\}$.
- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:
 A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = 3$. D. $R = \sqrt{2}$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là
 A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.
- Câu 9.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .
 A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. B. $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.
 C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. D. $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .
 A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.

-Hết-

(Chúc các em đạt kết quả tốt nhất!)